

## 1 Aufgabe: Konfidenzintervall für $\mu$

Betrachtet wird eine unabhängig und identisch normalverteilte Zufallsvariable  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ .

1. Zunächst soll die Varianz  $\sigma^2$  als bekannt vorausgesetzt sein.  
Mittels der Zufallsstichprobe  $X_1, \dots, X_n$  soll ein Konfidenzintervall für den Erwartungswert  $\mu$  mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$  konstruiert werden.
2. In der Praxis ist die Varianz jedoch unbekannt und muss geschätzt werden.  
Bestimmen Sie auch für diesen Fall mittels der Zufallsstichprobe  $X_1, \dots, X_n$  ein Konfidenzintervall für den Erwartungswert  $\mu$  mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$ .
3. Verspätungen der Deutschen Bahn:  
Die Stiftung Warentest hat an einigen deutschen Bahnhöfen den Prozentsatz der verspäteten Züge (Verspätungen größer 4 Minuten) beobachtet. In der folgenden Tabelle finden Sie die Ergebnisse einer Stichprobe von  $n = 94\,136$  Zügen im Herbst 2007:

Stadt	Prozentsatz
Berlin	25
Hannover	28
Hamburg	35
München	33
Leipzig	16
Dresden	35
Mannheim	29
Stuttgart	23
Frankfurt	34
Köln	36

Berechnen Sie aus dieser Stichprobe den mittleren Prozentsatz der verspäteten Züge für Deutschland und geben Sie das zugehörige Konfidenzintervall mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 0.05 an. Interpretieren Sie die Ergebnisse!

## 2 Aufgabe: Tests zur Steuerbelastung

In der BRD gilt für einen Durchschnittsverdiener eine Steuerbelastung von 52,0% ohne Kinder und 36,4% mit zwei Kindern. In der folgenden Tabelle finden Sie die Steuerbelastung in anderen OECD-Ländern. Überprüfen Sie

1. Ob die Steuerbelastung in Deutschland für Menschen ohne Kinder signifikant höher ist als in anderen Ländern (Stichwort: Vergleich mit Normwert).
2. Ob die Steuerbelastung in Deutschland für Menschen mit zwei Kindern signifikant höher ist als in anderen Ländern.

Land	keine Kinder	zwei Kinder
Belgien	56,0	40,8
Ungarn	54,1	43,9
Frankreich	49,3	42,1
Dänemark	41,2	29,5
UK	32,8	26,9
USA	30,1	17,7
Mittel	43.92	33.48
Varianz	120.11	108.92

### 3 Aufgabe: Verschuldung der EU-Staaten I

Durch die Schuldenkrise in Griechenland hat die Öffentlichkeit ein besonderes Auge auf die südlichen EU-Staaten geworfen. In der folgenden Tabelle finden Sie die offizielle Staatsverschuldung (in Prozent vom BIP) der 27 EU-Staaten zum 31.12.2008 (Quelle: Eurostat), wobei Sie die zentralen Staaten ( $n=21$ ) in der linken, die südlichen ( $n=6$ ) in der rechten Spalte finden.

Untersuchen Sie die Fragestellung, ob südliche EU-Staaten eine signifikant ( $\alpha = 0.05$ ) höhere Verschuldung haben als zentrale oder nördliche EU-Staaten.

1. Stellen Sie die geeignete Null- und Alternativhypothese auf.
2. Welchen Test mit welcher Teststatistik würden Sie verwenden? Begründen Sie Ihre Entscheidung.
3. Führen Sie den Test durch und interpretieren Sie Ihre Ergebnisse. Gehen Sie dabei insbesondere auf die Begriffe kritischer Bereich und  $p$ -Wert ein.

Land (Zentral)	Verschuldung	Land (Südlich)	Verschuldung
Belgien	89,6%	Griechenland	97,6%
Bulgarien	14,1%	Italien	105,8%
Tschechien	29,8%	Zypern	49,1%
Dänemark	33,3%	Portugal	66,4%
Deutschland	65,9%	Malta	64,1%
Estland	4,8%	Spanien	39,5%
Irland	43,2%		
Frankreich	68,0%		
Lettland	19,5%		
Litauen	15,6%		
Luxemburg	14,7%		
Ungarn	73,0%		
Niederlande	58,2%		
Österreich	62,5%		
Polen	47,1%		
Rumänien	13,6%		
Slowenien	22,8%		
Slowakei	27,6%		
Finnland	33,4%		
Schweden	38,0%		
Großbritannien	52,0%		

## 4 Aufgabe: Verschuldung der EU-Staaten II

Untersuchen Sie die Fragestellung aus Aufgabe 3 erneut, nur mittels eines nonparametrischen Tests.

1. Stellen Sie die geeignete Null- und Alternativhypothese auf.
2. Führen Sie den geeigneten Test durch und interpretieren Sie Ihre Ergebnisse.