Bernd Klaus (bernd.klaus@imise.uni-leipzig.de)
Verena Zuber (verena.zuber@imise.uni-leipzig.de)

http://uni-leipzig.de/~zuber/teaching/ws11/r-kurs/

1 Aufgabe: Maximum finden

(a) Schreiben Sie eine Funktion, die in einer (zweidimensionalen) Matrix, das Maximum sucht. Als Ergebnis soll die Funktion die Zeile und Spalte zurückgeben, in der sich der maximale Wert befindet und zusätzlich den Wert des Maximums.

(b) Ändern Sie die Funktion so ab, dass optional das Maximum oder Minimum gesucht wird.

(c) Testen Sie Ihre Funktion an einer Matrix, der Dimension 100×100 die standardnormalverteilte Zufallsvariablen enthält.

2 Aufgabe: Simulation aus der Gleichverteilung

Der folgende Code simuliert die Summe (X) und die Differenz (Y) zweier stetiger gleichverteilter Zufallsvariablen (U_1 und U_2). Anschließend wird ein Scatterplot von X gegen Y gezeichnet und dann die Korrelation berechnet.

```
U1 <- runif(10000)
U2 <- runif(10000)
X <- U1 + U2
Y <- U1 - U2
plot(Y ,X)
corr(X,Y)
```

Die Korrelation ist ein Maß für die lineare Abhängigkeit zweier Variablen. Eine Korrelation nahe 0 bedeutet, dass keine lineare Abhängigkeit besteht, während ein Wert nahe 1 oder -1 auf eine klare lineare Abhängigkeit hinweist. Zwei Zufallsvariablen X und Y sind stochastisch unabhängig, wenn gilt $f(x, y) = f_1(x) * f_2(y)$ bzw. $P((X, Y) \in A \times B) = P(X \in A) * P(Y \in B)$.

(a) Sind X und Y linear unabhängig?

(b) Denken Sie, dass X und Y stochastisch unabhängig sind? (Tipp: Scatterplot anschauen!)

(c) Sind U_1 und U_2 linear unabhängig?

(d) Denken Sie, dass U_1 und U_2 stochastisch unabhängig sind? (Tipp: Scatterplot genau anschauen!)

3 Aufgabe: Gesetz der großen Zahlen

(a) Simulieren Sie 100 normalverteilte Zufallszahlen mit Erwartungswert 0 und Varianz 1.

(b) Schreiben Sie eine Funktion, die eine Schleife beschreibt,

- die in sechs Schleifendurchläufen 10, 100, 1000, 10 000, 100 000, 1 000 000 normalverteilte Zufallszahlen mit einem Erwartungswert μ und Varianz σ^2 simuliert.
- die in jedem Durchlauf den Mittelwert und die Varianz der Zufallsvariablen berechnet und diese in einem Vektor abspeichert.

(c) Überprüfen Sie Ihre Funktion mit $\mu = 100$ und $\sigma = 2$. Plotten Sie den Erwartungswertvektor der sechs Schleifendurchläufe mit einer y-Achse von 99 bis 101. Kennzeichnen Sie den wahren Erwartungswert 100 mit einer Linie (Befehl: `lines(c(1,6),c(100,100), lty=3)`).

(d) Erstellen Sie eine Graphik, in der insgesamt zehn mal die vorangegangene Aufgabe wiederholt wird.

4 Aufgabe: Testen mit verschiedenen Fallzahlen und Varianzen

(a) Ziehen Sie $n = 100$ normalverteilte Zufallszahlen mit Mittelwert 1 und Standardabweichung 1. Testen Sie mittels eines t-Tests, ob diese 100 Zufallszahlen einen Mittelwert ungleich Null besitzen.

(b) Schreiben Sie eine Funktion, die n normalverteilte Zufallszahlen mit Mittelwert `mu` und Standardabweichung `sqvar` zieht. Dann soll Ihre Funktion testen, ob diese Zufallszahlen einen Mittelwert ungleich Null hat und den p-Wert ausgeben.

(c) Führen Sie diese Funktion mit Mittelwert 1 und Standardabweichung 1 für eine Stichprobengröße von 5,10,100,1000,10 000, 100 000 durch (möglichst mit einer `for`-Schleife). Speichern Sie in jedem Schritt den p-Wert in einem Vektor ab und plotten Sie abschließend die p-Werte.

(d) Führen Sie diese Funktion mit Mittelwert 1 für jede Kombination an Stichprobengröße von 5, 10, 100, 1000, 10 000, 100 000 und von Standardabweichungen von 0.001, 0.01, 0.1, 1, 10, 100, 1000 durch (möglichst mit zwei `for`-Schleifen). Plotten Sie abschließend die p-Werte-Matrix mit dem `contour`-Befehl.