

Bernd Klaus (bernd.klaus@imise.uni-leipzig.de)
Verena Zuber (verena.zuber@imise.uni-leipzig.de)

<http://uni-leipzig.de/~zuber/teaching/ws10/r-kurs/>

1 Aufgabe: Kerndichteschätzer

- Simulieren Sie 1000 normalverteilte Zufallszahlen mit einem Erwartungswert 0 und Varianz 1, speichern sie diese in einem Vektor ab.
- Entfernen sie alle Elemente aus diesem Vektor, die dem Betrag nach größer als 1 sind.
- Erstellen Sie ein Dichte-Histogramm (wie auf Folie 21 von Kurs 4) mit 20 Balken (`breaks=19`). Lassen Sie dabei die x -Achse das Intervall von -3 bis 3 abdecken.
- Fügen Sie ihrer Graphik eine Kerndichteschätzung hinzu. Was fällt Ihnen auf?

2 Aufgabe: Maximum finden

- Schreiben Sie eine Funktion, die in einer (zweidimensionalen) Matrix, das Maximum sucht. Als Ergebnis soll die Funktion die Zeile und Spalte zurückgeben, in der sich der maximale Wert befindet und zusätzlich den Wert des Maximums.
- Ändern Sie die Funktion so ab, dass optional das Maximum oder Minimum gesucht wird.
- Testen Sie Ihre Funktion an einer Matrix, der Dimension 100×100 die Standardnormalverteilte Zufallsvariablen enthält.

3 Aufgabe: Simulation aus der Gleichverteilung

Der folgende Code simuliert die Summe (X) und die Differenz (Y) zweier stetiger gleichverteilter Zufallsvariablen (U_1 und U_2). Anschließend wird ein Scatterplot von X gegen Y gezeichnet und dann die Korrelation berechnet.

```
U1 <- runif(10000)
U2 <- runif(10000)
X <- U1 + U2
Y <- U1 - U2
plot(Y ,X)
corr(X,Y)
```

Die Korrelation ist ein Maß für die lineare Abhängigkeit zweier Variablen. Eine Korrelation nahe 0 bedeutet das keine lineare Abhängigkeit besteht, während ein Wert nahe 1 oder -1 auf eine klare lineare Abhängigkeit hinweist. Zwei Zufallsvariablen X und Y sind stochastisch unabhängig wenn gilt $f(x, y) = f_1(x) * f_2(y)$ bzw. $P((X, Y) \in A \times B) = P(X \in A) * P(Y \in B)$.

- Sind X und Y linear unabhängig?

- (b) Denken Sie, dass X und Y stochastisch unabhängig sind? (Tipp: Scatterplot anschauen!)
- (c) Sind U_1 und U_2 linear unabhängig?
- (d) Denken Sie, dass U_1 und U_2 stochastisch unabhängig sind? (Tipp: Scatterplot genau anschauen!)

4 Aufgabe: Vergleich Normal- und Cauchyverteilung (Wiederholung)

- (a) Füllen Sie zwei Matrizen der Größe 100×100 zum einen mit normalverteilten und einmal mit Cauchy-verteilten Zufallszahlen.
- (b) Berechnen Sie für beide Matrizen für jede Zeile den Mittelwert und die Varianz.
- (c) Vergleichen Sie mittels eines Histogrammes den Mittelwert und die Varianz der normalverteilten und der Cauchy-verteilten Zufallszahlen.