Bernd Klaus (bernd.klaus@imise.uni-leipzig.de)
Verena Zuber (verena.zuber@imise.uni-leipzig.de)

http://uni-leipzig.de/~zuber/teaching/ws09/r-kurs/

1 Aufgabe: Torwandschießen

Die Funktion `treff(rep)` (zu finden auf der Webseite der Veranstaltung oder im Ordner der Lehrveranstaltung) simuliert das Schießen eines ungeübten Spielers auf eine Torwand. Der Parameter `rep` steht dabei für die Anzahl der Wiederholungen.

(a) Wiederholen Sie das Experiment 100 mal und leiten sie daraus eine Schätzung für die Trefferwahrscheinlichkeit des Schützen ab.

(b) Nun soll kein ungeübter Spieler, sondern ein Profi vom FC Barcelona auf die Torwand schießen. Wir gehen davon aus, dass sich die Trefferwahrscheinlichkeit verdoppelt. Ändern Sie die Funktion entsprechend ab.

2 Aufgabe: Das Geburtstagsparadoxon

Die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A_n, dass unter einer Anzahl von n Leuten mindestens 2 Leute am gleichen Tag Geburtstag haben, beträgt:

$$P(A_n) = 1 - \frac{\binom{365}{n}}{365^n} = 1 - \frac{365!}{(365-n)!365^n}$$

Zur praktischen Berechnung verwendet man eine Umformung mittels Logarithmus und Exponentialfunktion:

$$P(A_n) = 1 - \exp\big[\log(365!) - \log[(365-n)!] - n \cdot \log(365)\big]$$

Den Logarithmus der Fakultät erhält man in `R` per `lfactorial()`–Befehl, die Exponentialfunktion per `exp()`.

(a) Schreiben Sie eine `R`-Funktion, die die Wahrscheinlichkeit von A_n berechnet.

(b) Erstellen Sie eine Graphik, die diese Wahrscheinlichkeit von A_n in Abhängigkeit von n darstellt. Fügen Sie auch eine aussagekräftige Beschriftung hinzu.

HINWEIS: Sie können Ihrer Funktion mehrere n-Werte per Vektor übergeben. Dann erhalten Sie einen Vektor mit den jeweiligen Ergebnissen zurück. Dies ist z.B. bei der Erstellung des Graphen praktisch.

3 Aufgabe: Gesetz der großen Zahlen

(a) Simulieren Sie 100 normalverteilte Zufallszahlen mit Erwartungswert 0 und Varianz 1.

(b) Schreiben Sie eine Funktion, die eine Schleife beschreibt,

- die in sechs Schleifendurchläufen 10, 100, 1000, 10 000, 100 000, 1 000 000 normalverteilte Zufallszahlen mit einem Erwartungswert μ und Varianz σ^2 simuliert.
- die in jedem Durchlauf den Mittelwert und die Varianz der Zufallsvariablen berechnet und diese in einem Vektor abspeichert.

(c) Überprüfen Sie Ihre Funktion mit $\mu = 100$ und $\sigma = 2$. Plotten Sie den Erwartungswertvektor der sechs Schleifendurchläufe mit einer y-Achse von 99 bis 101. Kennzeichnen Sie den wahren Erwartungswert 100 mit einer Linie (Befehl: `lines(c(1,6),c(100,100), lty=3)`).

(d) Erstellen Sie eine Graphik, in der insgesamt zehn mal die vorangegangene Aufgabe wiederholt wird.

4 Aufgabe: Vergleich Normal- und Cauchyverteilung

(a) Füllen Sie zwei Matrizen der Größe 100×100 zum einen mit normalverteilten und einmal mit Cauchy-verteilten Zufallszahlen.

(b) Berechnen Sie für beide Matrizen für jede Zeile den Mittelwert und die Varianz.

(c) Vergleichen Sie mittels eines Histogrammes den Mittelwert und die Varianz der normalverteilten und der Cauchy-verteilten Zufallszahlen.