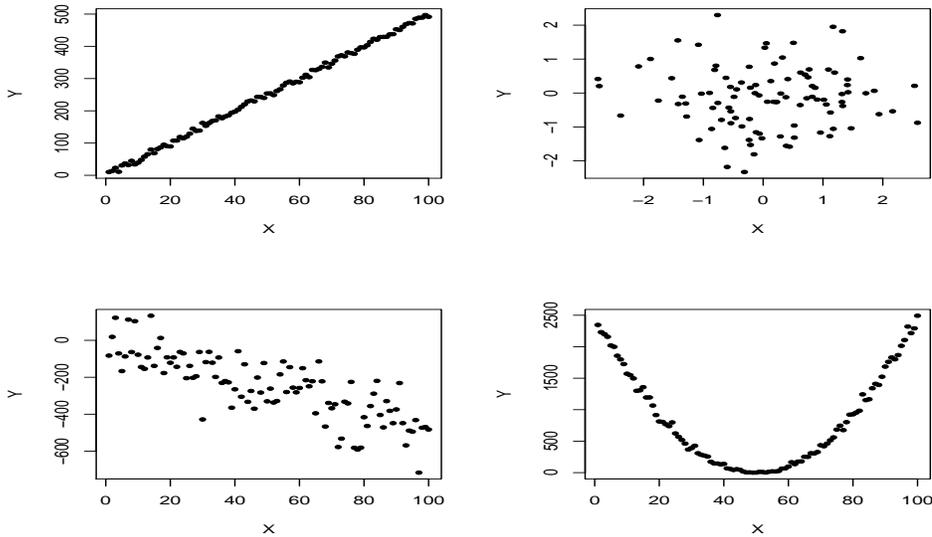


1 Aufgabe: Plots und Korrelation



Die obigen Plots beschreiben Realisierungen von Zufallsvariablen X und Y . Geben Sie für jeden der Plots an, ob die Zufallsvariablen positiv, negativ korreliert oder unkorreliert sind. Welcher Plot deutet auf eine besonders starke Korrelation zwischen X und Y hin?

2 Aufgabe: Zusammenhang von Glück und Geld

Ein möglicherweise wichtiger Einfluß auf das menschliche Glücksempfinden ist die Ausstattung mit materiellen Gütern. In der folgenden Tabelle finden Sie Daten zu der Selbsteinschätzung der Deutschen, wie glücklich sie sind und das entsprechende Wirtschaftswachstum. Die angegebenen Werte beginnen im Jahre 1975 im zwei Jahresrhythmus; Skalierung erfolgt auf Basis des Jahres 1973 als 100%.

| | | | | | | | |
|---------------------|------|------|------|------|------|------|------|
| Jahr | 1975 | 1977 | 1979 | 1981 | 1983 | 1985 | 1987 |
| Wirtschaftswachstum | 101 | 108 | 113 | 118 | 117 | 125 | 130 |
| Glück | 97 | 101 | 104 | 104 | 95 | 103 | 107 |
| Jahr | 1989 | 1991 | 1993 | 1995 | 1997 | 1999 | 2001 |
| Wirtschaftswachstum | 136 | 133 | 140 | 142 | 144 | 148 | 154 |
| Glück | 110 | 106 | 104 | 103 | 90 | 95 | 101 |

- Berechnen Sie den Korrelationskoeffizienten zwischen Glück und Wirtschaftswachstum.
- Testen Sie auf drei verschiedene Weisen, ob der Korrelationskoeffizient von Null verschieden ist:
 - Mit der β -Verteilung
 - Mit der t -Verteilung
 - Und der Normalverteilung

3 Aufgabe: Zusammenhang von Alter und Genexpression

Eine interessante Frage ist, wie sich im Alter die Genregulation verändert. In der folgenden Tabelle finden Sie die Daten zu Alter und der Genexpression eines Genes, das vermutlich mit der Apoptose (Zelltod) verknüpft ist.

| Proband | Alter | Expression |
|---------|-------|------------|
| 1 | 29 | 7,8 |
| 2 | 32 | 6,7 |
| 3 | 45 | 5,8 |
| 4 | 33 | 6,0 |
| 5 | 69 | 2,3 |
| 6 | 34 | 6,1 |
| 7 | 55 | 3,6 |
| 8 | 47 | 3,0 |
| 9 | 42 | 4,6 |

- Berechnen Sie den (Pearson) Korrelationskoeffizienten zwischen Alter und Genexpression.
- Berechnen Sie den (Spearman) Korrelationskoeffizienten zwischen Alter und Genexpression.
- Testen Sie, ob der Korrelationskoeffizient von Null verschieden ist.

4 Aufgabe: Kleinste Quadrate Schätzer

Der gängigste Schätzer für die Koeffizienten $\beta = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p)$ einer linearen Regression ist gegeben durch den sogenannten "Kleinste Quadrate (KQ) Schätzer". Hat man Daten X und y einer multiplen Regression gegeben, erhält man den KQ-Schätzer durch Minimierung von

$$\text{KQ}(\hat{\beta}) := (Y - X\hat{\beta})^T(Y - X\hat{\beta}).$$

Weisen Sie nach, dass $\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y$ gilt. Wie vereinfacht sich der Schätzer, wenn $\text{Corr}(X, X) = I$ gilt und man annimmt, dass X zentriert ist?

Übungsleiter:

Bernd Klaus (Dipl. Wi-Math) Mail: bernd.klaus@uni-leipzig.de

Verena Zuber (M.Sc.) Mail: vzuber@uni-leipzig.de