Einführung in die Medizinische Biometrie und Epidemiologie (Sommer 2011)

Übungsblatt 2 am 5.5.2011

1 Aufgabe: Glühbirnenstichprobe

Ein Geschäft bekommt eine Lieferung von 1000 billigen Lampen. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Lampe defekt ist, beträgt 0.1%. X bezeichnet die Anzahl der defekten Lampen in der Lieferung.

(a) Welche Verteilung hat die Zufallsvariable X? Welches sind die Werte ihrer Parameter?

(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Lieferung keine bzw. eine defekte Lampe enthält?

(c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Lieferung mehr als eine defekte Lampe enthält?

2 Aufgabe: Schlüsselproblem

Sie haben drei Schlüssel, von denen Sie nicht wissen welcher die Wohnungstür öffnet. Wie viele Versuche brauchen Sie im Erwartungswert, wenn wir annehmen, dass genau ein Schlüssel der richtige ist und Sie jeden Schlüssel, der nicht passt nur einmal verwenden?

3 Aufgabe: Stetige Verteilungen

Gegeben sei eine stetige Zufallsvariable X mit der folgenden Dichte:

$$f(x) = \begin{cases} 2(1-x) & \text{für } 0 \leq x \leq 1; \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

(a) Zeichnen Sie die Dichte $f(x)$ und zeigen Sie, dass die Fläche unter der Dichte den Wert 1 hat.

(b) Berechnen und zeichnen Sie die Verteilungsfunktion $F(x)$.

(c) Bestimmen Sie den Median und den Modus.

(d) Bestimmen Sie $E(X)$ und $Var(X)$.

4 Aufgabe: Stetige Verteilungen

Gegeben sei eine stetige Zufallsvariable X mit der folgenden Dichte:

$$f(x) = \begin{cases} 4ax & \text{für } 0 \leq x < 1; \\ -ax + 0.5 & \text{für } 1 \leq x \leq 5; \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

(a) Zeichnen Sie die Dichte $f(x)$ und bestimmen Sie die Konstante a so, dass die Fläche unter der Dichte den Wert 1 hat.

(b) Berechnen und zeichnen Sie die Verteilungsfunktion $F(x)$.

(c) Bestimmen Sie $E(X)$ und $Var(X)$.

5 Aufgabe: Summe zweier Verteilungen

1. X und Y seien zwei unabhängige, binomialverteilte Zufallsvariablen:

   - $X \sim B(10, 0.5)$
   - $Y \sim B(10, 0.9)$

   Man bestimme:

   (a) $E(X+Y)$ und $Var(X+Y)$

   (b) $E(X-Y)$ und $Var(X-Y)$

2. X und Y seien zwei unabhängige, normalverteilte Zufallsvariablen mit Mittelwert μ_1 bzw. μ_2 und Varianz σ_1^2 bzw. σ_2^2:

   - $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$
   - $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$

   Mit a und b seien Konstanten notiert. Man bestimme:

   (a) $E(aX+bY)$ und $Var(aX+bY)$

   (b) $E(aX-bY)$ und $Var(aX-bY)$

Übungsleiter:
Bernd Klaus (Dipl. Wi-Math) Mail: *bernd.klaus@uni-leipzig.de*
Verena Zuber (M.Sc.) Mail: *vzuber@uni-leipzig.de*