

1 Aufgabe: Glühbirnenstichprobe

Ein Geschäft bekommt eine Lieferung von 1000 billigen Lampen. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Lampe defekt ist, beträgt 0.1%. Es bezeichne X die Anzahl der defekten Lampen in der Lieferung.

- Welche Verteilung hat die Zufallsvariable X ? Welches sind die Werte ihrer Parameter?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Lieferung keine bzw. eine defekte Lampe enthält?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Lieferung mehr als zwei defekte Lampen enthält?

2 Aufgabe: Schlüsselproblem

Peter Party kommt spät abends von einer Feier nach Hause und will mit einem von drei Schlüsseln, die er in der Hosentasche trägt seine Wohnungstür öffnen. Wie viele Versuche braucht er im Erwartungswert, wenn wir annehmen, dass genau ein Schlüssel der richtige ist und er jeden Schlüssel, der nicht passt nur einmal verwendet?

3 Aufgabe: Stetige Verteilungen

Gegeben sei eine stetige Zufallsvariable X mit der folgenden Dichte:

$$f(x) = \begin{cases} 2(1-x) & \text{für } 0 \leq x \leq 1; \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

- Zeichnen Sie die Dichte $f(x)$ und zeigen Sie, dass die Fläche unter der Dichte den Wert 1 hat.
- Berechnen und zeichnen Sie die Verteilungsfunktion $F(x)$.
- Bestimmen Sie den Median und den Modus.
- Bestimmen Sie $E(X)$ und $Var(X)$.

4 Aufgabe: Stetige Verteilungen

Gegeben sei eine stetige Zufallsvariable X mit der folgenden Dichte:

$$f(x) = \begin{cases} 4ax & \text{für } 0 \leq x < 1; \\ -ax + 0.5 & \text{für } 1 \leq x \leq 5; \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

- Zeichnen Sie die Dichte $f(x)$ und bestimmen Sie die Konstante a so, dass die Fläche unter der Dichte den Wert 1 hat.
- Berechnen und zeichnen Sie die Verteilungsfunktion $F(x)$.
- Bestimmen Sie $E(X)$ und $Var(X)$.

5 Aufgabe: Summe zweier Verteilungen

1. X und Y seien zwei unabhängige, binomialverteilte Zufallsvariablen:

- $X \sim B(10, 0.5)$
- $Y \sim B(10, 0.9)$

Man bestimme:

- (a) $E(X + Y)$ und $Var(X + Y)$
- (b) $E(X - Y)$ und $Var(X - Y)$

2. X und Y seien zwei unabhängige, normalverteilte Zufallsvariablen mit Mittelwert μ_1 bzw. μ_2 und Varianz σ_1^2 bzw. σ_2^2 :

- $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$
- $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$

Mit a und b seien Konstanten notiert. Man bestimme:

- (a) $E(aX + bY)$ und $Var(aX + bY)$
- (b) $E(aX - bY)$ und $Var(aX - bY)$

Übungsleiter:

Bernd Klaus (Dipl. Wi-Math) Mail: bernd.klaus@uni-leipzig.de

Verena Zuber (M.Sc.) Mail: vzuber@uni-leipzig.de